



FACULDADE LEÃO SAMPAIO

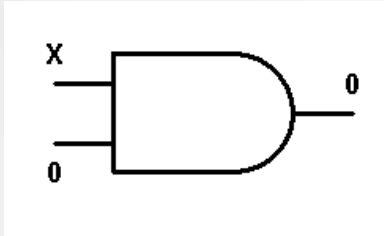
Álgebra de Boole

Curso de Análise e Desenvolvimento de Sistemas

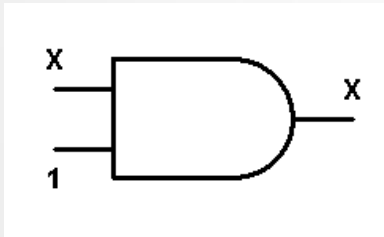
AOC

Teoremas de Boole - AND (E)

- $X \cdot 0 = 0$



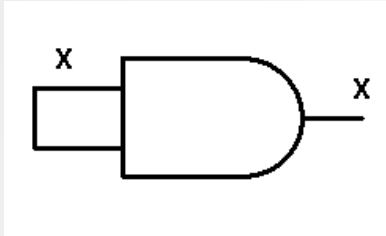
- $X \cdot 1 = X$



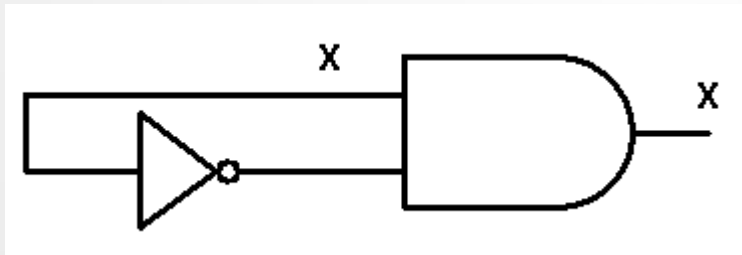
AOC

Teoremas de Boole - AND (E)

- $X \cdot X = X$



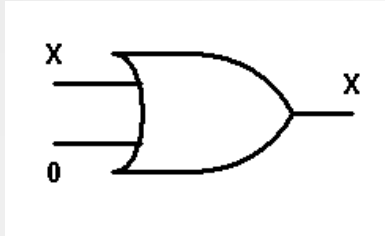
- $X \cdot \bar{X} = 0$



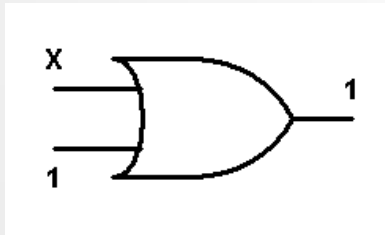
AOC

Teoremas de Boole - OR (OU)

- $X+0=X$



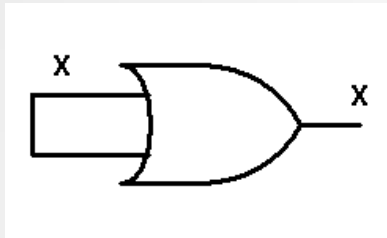
- $X+1=1$



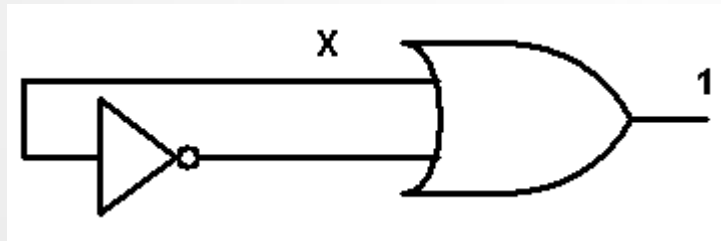
AOC

Teoremas de Boole - OR (OU)

- $X+X=X$



- $X+\bar{X}=1$





AOC

Teoremas de Boole - Lei comutativa

- Vimos alguns teoremas de Boole para uma única variável. Agora veremos como os teoremas Booleanos são úteis para expressões com mais de uma variável.
- Os dois primeiros teoremas são chamados de **lei comutativa**:
 - 1 - $X+Y = Y+X$
 - 2 - $X.Y = Y.X$
- Em outras palavras podemos dizer que a ordem das entradas em uma porta AND ou numa porta OR não altera o resultado na saída.



AOC

Teoremas de Boole - Lei associativa

- Os teoremas 3 e 4 são chamados de **lei associativa**. Nestes casos o teorema indica que podemos agrupar variáveis de entrada em expressões AND ou OR da forma que quisermos:

$$3 - X+(Y+Z) = (X+Y)+Z = X+Y+Z$$

$$4 - X.(Y.Z) = (X.Y).Z = X.Y.Z$$

AOC

Teoremas de Boole - Lei distributiva

- O teorema 5 é chamado de **lei distributiva**. Neste caso podemos expandir uma expressão multiplicando termo a termo ou podemos fatorar uma expressão, ou seja, colocar termos comuns em evidência:

$$5(a) - X.(Y+Z) = X.Y+X.Z$$

$$5(b) - (W+X).(Y+Z) = W.Y+X.Y+W.Z+X.Z$$

- Ex:

$$\overline{A}BC + \overline{A}\overline{B}\overline{C} = \overline{B}(AC + \overline{A}\overline{C})$$

***Montar circuito lógico a partir da equação encontrada**



AOC

Teoremas de Boole - Lei distributiva

- Outros exemplos:

$$\text{Ex1 - } AB'C+ABC+ABC' = A.(B'C+BC+BC')$$

$$\text{Ex2 - } AB'CD+ABC'D+ABCD = AD(B'C+BC'+BC)$$

$$\text{Ex3 - } AB'+AC'+AB = A.(B'+C'+B) = A.(1+C') = A.(1) = A$$

***Montar circuito lógico a partir da equação encontrada**

AOC

Teoremas de Boole

- O teorema 6 não tem nenhuma relação com a álgebra convencional, mas um teste com as combinações possíveis demonstra que ele é válido:

$$6 - X + X.Y = X$$

- **Caso 1** – $X=0$ e $Y=0 \rightarrow 0+0.0 = 0+0 = 0$
- **Caso 2** – $X=0$ e $Y=1 \rightarrow 0+0.1 = 0+0 = 0$
- **Caso 3** – $X=1$ e $Y=0 \rightarrow 1+1.0 = 1+0 = 1$
- **Caso 4** – $X=1$ e $Y=1 \rightarrow 1+1.1 = 1+1 = 1$



AOC

Teoremas de Boole

- Podemos ainda usar o teorema 5 (Propriedade distributiva para provar este teorema:
- $X+X.Y$
- Colocamos o termo comum em evidência - $X.(1+Y)$
- Sabemos que 1 somado a qualquer coisa é igual a 1 - $X.(1) = X$



AOC

Teoremas de Boole

- O teorema 7 também não tem nenhuma relação com a álgebra convencional. Vejamos:

$$7(a) - X + X'.Y = X + Y$$

$$7(b) - X' + X.Y = X' + Y$$

AOC

Teoremas de DeMorgan

- São dois os teoremas de DeMorgan que iremos utilizar. Eles são bem úteis na simplificação de expressões:

1 - $(X+Y)' = X'.Y'$

2 - $(X.Y)' = X'+Y'$

- Exemplo:

$$\overline{A+B.C} =$$

$$\bar{A}.\overline{(B.C)} =$$

$$\bar{A}.\overline{(B+C)} =$$

$$\bar{A}.(B+\bar{C})$$